

Vorwort

Das vorliegende Skript orientiert sich an **den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Primarstufe** und dem **Kompetenzstrukturmodell des Lehrplans**.

Dem Erwerb prozessbezogener Kompetenzen, wie z.B. Probleme lösen, Modellieren oder Darstellen, wird in diesem Skript hoch Rechnung getragen. Voraussetzung dafür sind aktivierende, selbstgesteuerte Lernsituationen aus Bereichen der kindlichen Lebenswirklichkeit, die es den Schülern ermöglichen, Kreativität zu entwickeln und vernetzt zu denken. In den vorliegenden Unterrichtsstunden haben die Schüler die Gelegenheit, sich auf individuellem Niveau mit den mathematischen Inhalten auseinanderzusetzen. Unter Anwendung ihrer bereits vorhandenen Kenntnisse und Fähigkeiten werden herausfordernde Aufgaben bearbeitet sowie Lösungsstrategien entwickelt und genutzt. Dabei trägt das Ineinanderführen verschiedener Darstellungsebenen (handelnd, zeichnerisch oder symbolisch) zu einem verständnisorientierten Lernen bei.

Bei der **StEx-Methode** (s. Anhang S.72 ff) handelt es sich um einen kooperativen, interaktiven Unterrichtsprozess, der hervorragend dazu geeignet ist, über mathematische Inhalte themenbezogen zu kommunizieren und zu argumentieren. So haben die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit, mathematisches Lernen und die Verfügbarkeit von Fachbegriffen zu reflektieren. Mathematische Aussagen werden hinterfragt und auf Korrektheit bzw. Plausibilität überprüft sowie mathematische Zusammenhänge erkannt. Das selbstständige Überprüfen von Strategien und Ergebnissen wird geschult und das Selbstvertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit gefördert.

Für einen ungestörten Unterrichtsablauf ist es erforderlich, dass die Lehrkraft mit dieser Methode vertraut ist. Daher ist sie im Anhang ausführlich erläutert. Selbstverständlich kann jeder Unterrichtsinhalt statt der StEx-Methode auch in arbeitsgleicher oder -differenter Gruppenarbeit bzw. auch in Frei- oder Stationenarbeit erarbeitet werden.

Im Gegenstandsbereich „**Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Zufall**“ setzen sich die Schüler mit den verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten von Gegenständen oder Zahlen auseinander. Sie führen einfache Zufallsexperimente durch, schätzen die Gewinnchancen ein, vergleichen ihre Ergebnisse und überprüfen handelnd ihre Vorhersagen. Dabei variieren sie die Bedingungen für ihre Zufallsexperimente systematisch, reflektieren über die Wahrscheinlichkeiten und bewerten die bei unterschiedlichen Bedingungen erreichten Ergebnisse. So wird das Verständnis für diesen mathematischen Teilbereich erheblich gesteigert.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Schülern mit dem vorliegenden Skript viel Freude und gutes Gelingen.



Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abkürzungen	5
Aktiver Wortspeicher	6
Passiver Wortspeicher, Begriffe für die Hand des Lehrers	7
1. Unterrichtseinheit:	8
Kombinationsmöglichkeiten finden und strukturiert darstellen;	
Unterrichtsthematik: Kleidungsstücke	
- Material für die Expertengruppen	11
- Expertenkarte	16
- Lösung	17
2. Unterrichtseinheit:	19
Kombinationsmöglichkeiten finden und strukturiert darstellen;	
Unterrichtsthematik: Anordnung erwürfelter Zahlen im Stellenhaus	
- Material für die Expertengruppen	22
- Expertenkarte	25
- Lösung	26
3. Unterrichtseinheit:	28
Kombinationsmöglichkeiten finden und strukturiert darstellen;	
Unterrichtsthematik: Sport	
- Material für die Expertengruppen	29
- Expertenkarte	33
- Lösung	34
4. Unterrichtseinheit:	38
Alltagssprachliche Bedeutung von Begriffen zur Eintrittswahrscheinlichkeit	
- Material für die Expertengruppen	40
5. Unterrichtseinheit:	43
Gewinnchancen bei bestimmten Gesellschaftsspielen einschätzen	
- Material für die Expertengruppen	44
- Spielerklärungen und mögliche Lösungen	47
6. Unterrichtseinheit:	50
Zufallsexperimente durchführen und Wahrscheinlichkeiten vergleichen	
- Informationsblätter und Expertenkarten	53
- Lösung	63
7. Unterrichtseinheit:	
Zufallsexperimente bei Festen durchführen; Wahrscheinlichkeiten vergleichen	65
- Material für die Expertengruppen	66
- Expertenkarte	69
- Lösung	70
Anhang: Erläuterungen zur StEx-Methode	72

Verwendete (spezielle) Abkürzungen:

AA	=	Arbeitsauftrag
AB	=	Arbeitsblatt
Anm.	=	Anmerkung
anschl.	=	anschließend
Äuß.	=	Äußerung
BK	=	Bildkarte(n)
EA	=	Einzelarbeit
fix.	=	fixiert, fixieren
GA / GG	=	Gruppenarbeit / Gruppengespräch
L.	=	Lehrkraft
L:	=	Arbeitsauftrag oder Impuls der Lehrkraft
LZ	=	Lernziel
mdl.	=	mündlich
not.	=	notiert / notieren
OHP	=	Overheadprojektor
PA / PG	=	Partnerarbeit / Partnergespräch
prov.	=	provokativ
quant. Diff.	=	quantitative Differenzierung
qual. Diff.	=	qualitative Differenzierung
S.	=	Schüler
S:	=	Äußerungen der Schüler
Sich.	=	Sicherung
srftl.	=	schriftlich
S-TA	=	Seitentafel
Std.bild	=	Stundenbild
Std.skiz.	=	Stundenskizze
st. Imp.	=	stummer Impuls
TA	=	Tafelbild
TZ	=	Teilziel
UG	=	Unterrichtsgespräch
Unt.	=	Unterricht
verb.	=	verbalisieren
Vergl.	=	Vergleich
vergl.	=	vergleichen
Vermut.	=	Vermutung
Vis.	=	Visualizer
Wdh.	=	Wiederholung
WK	=	Wortkarte(n)
ZA	=	Zielangabe

Aktiver Wortspeicher

Begriff	Erklärung
Baumdiagramm	Schaubild zur Darstellung der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten
Bedingungen	Regeln, die für das Experiment gelten
Ereignis	Das Ergebnis eines Zufallsexperiments
Gewinnchance	Die Chance zu gewinnen
gleich viel	Bsp.: Es gibt gleich viele Kombinationsmöglichkeiten.
gleich wahrscheinlich	Das Ereignis tritt theoretisch gleich oft ein.
günstiges Ereignis	Bei einem Experiment stellt sich das erwünschte Ergebnis ein.
häufiger (als)	Ein Ereignis tritt öfter ein als das andere / tritt vermehrt ein.
Kombination	Möglichkeit der Zusammensetzung, Zusammenstellung
kombinieren	Mehrere Teile zueinander in Beziehung setzen
Kopf	Die Seite einer Münze, die ein Bild zeigt.
mehr (als) (am meisten)	Bsp.: Es gibt mehr Möglichkeiten als unter den anderen Bedingungen.
möglich	Das Ereignis kann vorkommen.
Möglichkeit	Art des Vorkommnisses
Reihenfolge	Anordnung der Elemente, Zahlen, Gegenstände
schätzen	Eine ungefähre Angabe machen
sicher	Ein Ereignis tritt auf jeden Fall ein.
Strichliste	Darstellung der Anzahl durch Striche als Grundlage zum Zählen; jeder fünfte Strich wird diagonal über vier Striche gesetzt.
Tabelle	Möglichkeit zur übersichtlichen Darstellung
ungünstiges Ereignis	Bei einem Experiment stellt sich ein unerwünschtes Ereignis ein.
unmöglich	Ein Ereignis tritt nicht ein, kommt nie vor.
unwahrscheinlich	Ein Ereignis kommt selten vor.
wahrscheinlich	Ein Ereignis kommt häufig vor.
weniger (als) (am wenigsten)	Bsp.: Es gibt weniger Möglichkeiten als unter anderen Bedingungen.
Wiederholung	Mehrmaliges Vorkommen
Zahl	Die Seite einer Münze, auf welcher der Wert der Münze steht.
Zufallsexperiment	Ein Vorgang, der mehrere mögliche Ausgänge haben kann; dabei kann nicht sicher vorausgesagt werden, welches Ergebnis das Zufallsexperiment haben wird.

Passiver Wortspeicher

Begriff	Erklärung
Ast	Eine Kette von Zweigen beim Baumdiagramm
Häufigkeit	Anzahl
Kombinatorik	Teilgebiet der Mathematik: ⇒ Erfassen aller Kombinationsmöglichkeiten, die es gibt; ⇒ Berechnung der Anzahl an Möglichkeiten; ⇒ systematisches Zählen
Münzwurf	Das Werfen einer Münze mit den möglichen Ereignissen Kopf oder Zahl
Startknoten	Jedes Baumdiagramm hat einen Startknoten (Wurzel), von dem aus es sich nach unten verzweigt.
unterscheidbar	Die Elemente sind verschieden, sie können unterschieden werden.
variieren	Abändern der Bedingungen
vorhersagen	Über den Ausgang eines Experiments vermuten
Zufälligkeit	Der Ausgang eines Experiments ist unvorhersehbar.
zufallsbedingt	Der Zufall entscheidet über den Ausgang eines Experiments.
zurücklegen	Mit Zurücklegen: Ein Gegenstand / eine Zahl kann mehrmals verwendet werden, kann sich wiederholen. Ohne Zurücklegen: Ein Gegenstand / eine Zahl darf nur einmal verwendet werden.
Zweig	Die Striche in einem Baumdiagramm ausgehend vom Knoten zur Darstellung der Ergebnisse der Telexperimente

Begriffe als Hintergrundwissen für die Lehrkraft

Begriff	Erklärung
absolute Häufigkeit	Das Auftreten eines Ereignisses bestimmt durch Abzählen (vergl. dazu relative Häufigkeit)
Ausgang eines Experiments	Eintreten eines bestimmten Ergebnisses bzw. Häufigkeit über das Eintreten des Ergebnisses
Eintrittswahrscheinlichkeit	Sie errechnet sich, indem man die Anzahl der günstigen Ergebnisse durch die Anzahl aller möglichen Ergebnisse teilt.
Elementarereignis	Jedes einzelne mögliche Ereignis eines Zufallsexperiments, wobei sich die einzelnen Ereignisse ausschließen müssen.
Ergebnismenge	Die Gesamtheit aller möglichen Elementarereignisse
homogener Würfel	Ein Würfel, bei dem jede der sechs Flächen mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.
Laplace-Experiment	Jedes einzelne Elementarereignis ist gleich wahrscheinlich.
mehrstufiges Zufallsexperiment	Ausführung eines Zufallsexperiments mehrmals hintereinander
relative Häufigkeit	Das Auftreten eines Ereignisses in Abhängigkeit von der Anzahl der Versuche (absolute Häufigkeit geteilt durch Anzahl)
Wahrscheinlichkeitstheorie	Teilgebiet der Mathematik; sie stellt Modelle zur Beschreibung von Experimenten bereit.

Lerninhalt:		Kombinationsmöglichkeiten finden und strukturiert darstellen
Unterrichtsverlaufsskizze		
Unterrichtsthematik: „Kombinationsmöglichkeiten bei Kleidungsstücken“		
METHODE Lernziel / Sozialform / Kompetenzen	LERNINHALT	MEDIEN- EINSATZ
<p>Warmrechenphase</p> <p>I. Hinführung</p> <p>Problembegennung</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>kommunizieren</i> • <i>argumentieren</i> <p>sachl. ZA</p>	<p>Einfache Einmaleinsaufgaben</p> <p>Neues Teilgebiet der Mathematik: „Kombinatorik“: Sie gibt z.B. Auskunft darüber, wie viele Kombination(smöglichkeit)en es bei einem Ereignis gibt.</p> <p>stummer Impuls: Kleidungsstücke oder Bild von Kleiderschrank</p> <p>L: Welche Hose und welches T-Shirt soll ich anziehen, wie könnte ich die Kleidungsstücke kombinieren?</p> <p>L: In dieser Stunde werden wir uns damit befassen, auf wie viele verschiedene Möglichkeiten man mehrere Kleidungsstücke kombinieren kann.</p>	<p>TA / Folie / Block</p> <p>Besonderer Würfel (□, □, □, □ je zweimal)</p> <p>Bild, OHP oder Tischkamera, Beamer; Kleidungsstücke (echt oder aus Karton) zur Auswahl</p> <p>TA</p>
<p>II. Erarbeitung</p> <p>StEx-Methode</p> <p>1. TZ</p> <p>StEx-Phase I</p> <p>1.1 Vorbereitung / Erläuterung des Vorgehens</p>	<p>Untersuchung der Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten in Expertengruppen (ohne Wiederholung der Elemente)</p> <p>- Auflösen der Stammgruppen in Expertengruppen (s. Durchführungshinweise S. 72 ff) (qual. Diff.: Der Exp.gr. „Hose, Socken, Schuhe“, s. S.15, leistungsstärkere Schüler zuordnen)</p> <p>- Information über die anstehenden Arbeiten (vergl. dazu 1.2), also Lesen des Informationsblattes, Vornehmen der Schätzung, Ausprobieren der Kombinationsmöglichkeiten, Feststellen der Anzahl der Möglichkeiten und Vergleich mit der Schätzung, Darstellen der Kombinationsmöglichkeiten auf der Expertenkarte</p>	<p>je Experten- gruppe: Informations- blatt, Expertenkarte</p>

METHODE Lernziel / Sozialform / Kompetenzen	LERNINHALT	MEDIEN- EINSATZ
<p>1.2 Arbeit in den Expertengruppen</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>kommunizieren</i> • <i>argumentieren</i> • <i>Probleme lösen</i> • <i>modellieren</i> • <i>darstellen</i> 	<p>Ausprobieren der verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten</p> <ul style="list-style-type: none"> - Holen des Materials (Materialholer) - Lesen der Arbeitsanweisung (Gruppensprecher) - Schätzung vornehmen - Kombinieren der Kleidungsstücke - Anzahl der Möglichkeiten feststellen - Darstellen auf der Expertenkarte 	<p>arbeitsteiliges Gruppenmat.:</p> <p>Kleidungsstücke aus Karton, (vergl. Informationsblatt)</p> <p>Expertenkarte</p>
<p>2. TZ StEx-Phase II</p> <p>2.1 Erläuterung des Vorgehens</p> <p>2.2 Weitergabe der Ergebnisse</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>kommunizieren</i> • <i>argumentieren</i> • <i>modellieren</i> 	<p>Weitergabe der Ergebnisse in den Stammgruppen (s. S. 72 ff)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rückkehr in die Stammgruppen, das Material bleibt auf den Tischen liegen; - Wanderung der Stammgruppe von Tisch zu Tisch. <p>Der jeweilige Experte informiert über die Aufgabe und das Vorgehen seiner Gruppe, lässt die Stammgruppenmitglieder schätzen und gibt dann das Ergebnis der Expertengruppe bekannt.</p> <p>Das Kursieren von Expertentisch zu Expertentisch erfolgt auf Signal der Lehrkraft immer dann, wenn jeder Experte der Lehrkraft signalisiert hat, dass er mit seinen Erläuterungen fertig ist.</p>	<p>Expertenkarte, Gruppenmaterial wie oben</p> <p>Tischgong, Expertenkarte, Gruppenmaterial w.o.</p>
<p>3. TZ</p> <p>3.1 Lösung mit Hilfe des Baumdiagrammes (UG)</p> <p>3.2 Anzahl aller Möglichkeiten</p> <p>3.3 Vergleich</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>darstellen</i> • <i>argumentieren</i> • <i>kommunizieren</i> • <i>modellieren</i> 	<p>Präsentation der Ergebnisse: Baumdiagramme, Vergleich mit Schätzung</p> <p>L: In einem speziellen Schaubild kann man alle Möglichkeiten darstellen.</p> <p>Begriff: Baumdiagramm (passive Begriffe: Startknoten, Verzweigungen, Verästelungen)</p> <p>Demonstration der Erstellung der Baumdiagramme zu den Arbeiten der Expertengrup.</p> <p>Ablesen der Anzahl aller Möglichkeiten aus dem Baumdiagramm</p> <p>Vergleich der Ergebnisse mit der Schätzung der Schüler</p>	<p>OHP oder Tischkamera mit Beamer</p>

METHODE Lernziel / Sozialform / Kompetenzen	LERNINHALT	MEDIEN- EINSATZ
4. TZ UG Erkenntnis • <i>argumentieren</i> • <i>kommunizieren</i> • <i>modellieren</i> • <i>darstellen</i>	Präsentation der rechnerischen Lösung Die Anzahl aller Möglichkeiten kann man errechnen, wenn man die jeweilige Anzahl der Kleidungsstücke (Äste des Baumdiagramms) multipliziert. Überprüfung anhand der Baumdiagramme	TA oder OHP oder Tischkamera mit Beamer
III. Wiederholung / Sicherung / Ausblick / HA • <i>argumentieren</i> • <i>kommunizieren</i> • <i>modellieren</i> • <i>darstellen</i> Weiterarbeit mit den Ergebnissen in den nächsten Stunden	Rückführung auf den Beginn der Stunde: Kombination von Kleidungsstücken, z.B. zwei Sporthosen und drei Sport-Shirts Darstellung im Baumdiagramm rechnerische Lösung Eintrag ins Merkheft HA: Feststellen der Kombinationsmöglichkeiten bei drei Blusen und vier Tüchern	Kleidungsstücke (echt oder aus Karton) TA

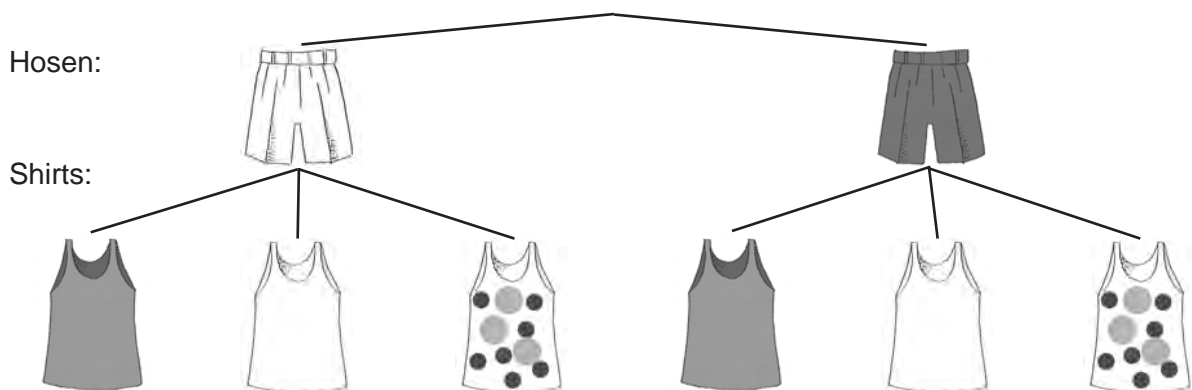
Tafelbild

Was soll ich heute anziehen?

Kombinationsmöglichkeiten bei Kleidungsstücken

Das Baumdiagramm

Das Baumdiagramm zeigt alle Möglichkeiten, die Kleidungsstücke zu kombinieren.



Die rechnerische Lösung:

Man multipliziert die Anzahl der jeweiligen Stücke pro Kleidungsart.

$$2 \text{ (Hosen)} \cdot 3 \text{ (Shirts)} = 6 \text{ (Kombinationsmöglichkeiten)}$$

**Informationsblatt
Anleitung zur Durchführung**

1. Material



2. Aufgabe

Überlegt in der Gruppe, auf wie viele verschiedene Möglichkeiten ihr jeweils einen Rock und ein Stiefelpaar kombinieren könnt.

Schätzt zuerst, probiert dann aus und stellt schließlich die verschiedenen Kombinationen auf eurer Expertenkarte dar.

3. Schätzung



Schreibt eure Schätzung auf eure Schätzkarte.

4. Darstellung der Ergebnisse

Wenn ihr mit dem Ausprobieren und Überlegen fertig seid, füllt eure Expertenkarte aus und schreibt oder zeichnet die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten dort auf.